



Examen RDM II

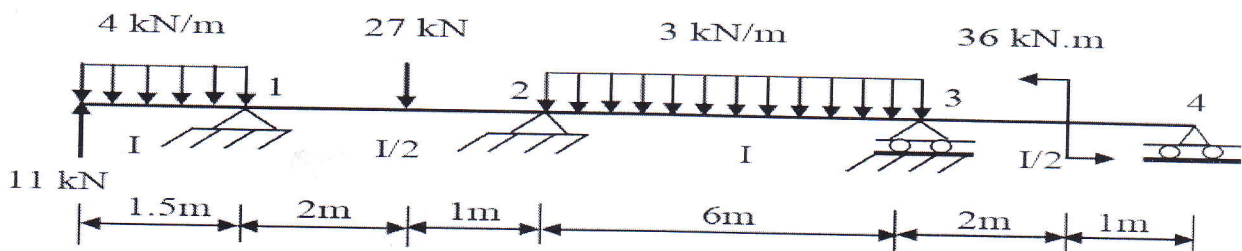
Question (07 point)

- 1- Quel sont les méthodes pour étude une poutre hyperstatique ?
- 2- Comment résoudre un problème hyperstatique ?
- 3- Quel est la méthode le plus utilisée pour le calcul des systèmes hyperstatiques ?
Définir le principe et quelle sont les étapes nécessaire pour résoudre le problème de cette méthode ?

Exercice N°1(07 point) (Contrôle continu)

Soit la poutre continue donnée sur la figure.

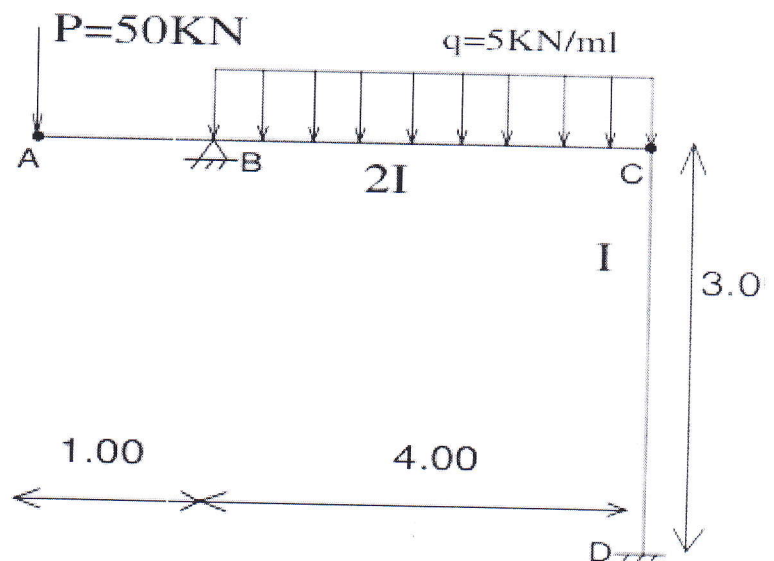
1. Calculer les moments aux appuis M_2 et M_3 par la formule des 3 moments.
2. Ecrire les équations des efforts T et M et tracer leurs diagrammes.
3. En déduire les réactions.



Exercice N°2 (06 point)

Etudier la structure suivante par la méthode des efforts. L'étude doit comprendre :

1. Déterminer les réactions d'appuis.





Correction

Questions: (07P)

① - Quel est le méthode pour étudier une poutre hyperstatique ?
Cette méthode consiste à déterminer les moments fléchissants dans le cas des poutres continues c'est-à-dire des poutres qui reposent sur plus de deux appuis, Il existe plusieurs façons pour déterminer le degré d'hyperstaticité, le degré d'hyperstaticité est égal au nombre des appuis intermédiaires. (2P)

② - Comment résoudre un problème hyperstatique :

- Identifiez le degré de stabilité
- Libérez un degré de liberté
- Représentez les systèmes isostatiques associés. (2P)
- Mettez en place les notations.

③ - Quel est la méthode la plus utilisée pour calculer des d. H.
a - La méthode des déplacements ou des déplacements est une des méthodes plus utilisées pour calculer les d. H. (Rotation et Translation). sont les inconnus. (0,5P)

b - Le principe de cette méthode : à déterminer les déplacements (Rotation et Translation) des nœuds de la structure et de déterminer les effets (moments, effort tranchant et effort normal). (0,5P)

c - Les étapes de cette méthode est :

- Déterminer le nombre des inconnues (Nt et Nr).
- Ecrire les n équations canoniques.
- Choisir le système de base
- Traiter le diagramme des moments fléchissants
- Calculer tous les coefficients des réactions.
- Correction des efforts unitaires.

(02P)



ExN° 2 (07P)

①. Calcul de degré d'hyperstatisme.

$$d = r - 3 \quad \text{et} \quad d = nq - 2$$

$$r = 5, \quad nq = 4. \quad \text{Donc} \quad \begin{cases} d = 5 - 3 = 2 \\ d = 4 - 2 = 2 \end{cases} \quad (1P)$$

Donc le système est deux (02) fois hyperstatique.

$$\textcircled{*} \quad \frac{3}{\frac{1}{2}} \times M_1 + 2 \left(\frac{3}{\frac{1}{2}} + \frac{6}{1} \right) M_2 + \frac{6}{1} \times M_3 = \frac{-6}{3 \times \frac{1}{2}} H_{2d} - \frac{6}{6 \times 1} H_{3g}$$

$$\Rightarrow \boxed{4M_2 + M_3 = -\frac{2}{3} H_{2d} - \frac{1}{6} H_{3g} - M_1} \quad (0,5P)$$

$$\textcircled{*} \quad \frac{6}{1} \times M_2 + 2 \left(\frac{6}{1} + \frac{3}{\frac{1}{2}} \right) M_3 = -\frac{6}{6 \times 1} H_{2d} - \frac{6}{3 \times \frac{1}{2}} H_{4g}$$

$$\Rightarrow \boxed{M_2 + 4M_3 = -\frac{1}{6} H_{2d} - \frac{2}{3} H_{4g}} \quad (0,5P)$$

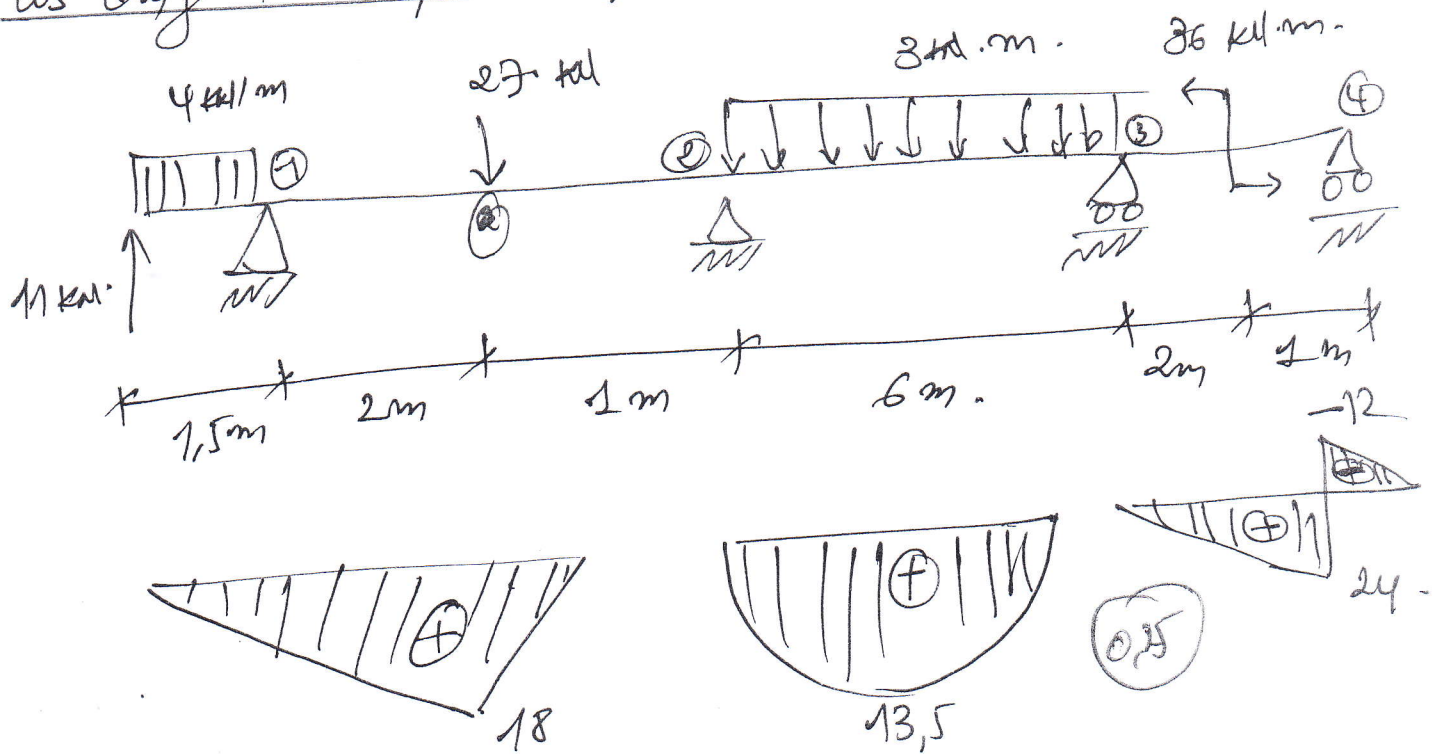
$$\text{Donc } M_1 = 11 \times 1,5 - 4 \times 1,5 \times 0,75 = \boxed{12 \text{ kN.m.}} \quad (1P)$$

la forme Matricielle :

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{2}{3} H_{2d} - \frac{1}{6} H_{3g} - M_1 \\ -\frac{1}{6} H_{2d} - \frac{2}{3} H_{4g} \end{Bmatrix} \quad (0,5P)$$



les diagrammes pour chaque section:



Dmc:

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{2}{3} H_{1d} - \frac{1}{6} H_{3g} - M_1 \\ -\frac{1}{6} H_{2d} - \frac{2}{3} H_{4g} \end{Bmatrix}$$

① $H_{1d} = \frac{1}{2} 18 \times 3 \times \frac{2+3}{3} = 45$ (0,25)

② $H_{2d} = H_{3g} = \frac{2}{3} 13,5 \times 6 \times 3 = 162$ (0,25)

③ $H_{4g} = \frac{1}{2} 24 \times 2 \times \left(\frac{1}{3} \times 2 + 1 \right) - \frac{1}{2} 12 \times 1 \times \frac{2}{3} \times 1 = 36$ (0,25)

Dmc:

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_2 \\ M_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -69 \\ -51 \end{Bmatrix}$$

②5

$$\Rightarrow \begin{cases} M_2 = -15 \text{ kN.m} \\ M_3 = -9 \text{ kN.m} \end{cases}$$

(3)

Bon Courage

Dr : B. BOUSBIA



② les diagrammes de T. M. pour chaque section:

Section: $0 \leq x \leq 1,5$

$$T = 11 - 4x \quad \text{et} \quad M = -2x^2 + 11x.$$

pour $x = 0$ $T = 11 \text{ kN}$ $M = 0 \text{ kN.m}$
pour $x = 1,5$ $M = 12 \text{ kN.m}$ $T = 5 \text{ kN}$

Section: $0 \leq x \leq 2$

$$M = 9x + 12 - 9x \Rightarrow 12 \text{ kN.m}$$

$$T = 0$$

Section $2 \leq x \leq 3$

$$M = -27x + 66$$

$$T = -27 \text{ kN}$$

pour $x = 2$ $M = 12 \text{ kN.m}$
pour $x = 3$ $M = -15 \text{ kN.m}$

Section $0 \leq x \leq 6$

$$M = -1,5x^2 + 10x - 15 \quad T = -3x + 10$$

pour $x = 0$ $T = 10 \text{ kN}$ $M = -15 \text{ kN.m}$
pour $x = 6$ $T = -8 \text{ kN}$ $M = -9 \text{ kN.m}$

Section $0 \leq x \leq 2$

$$M = 15 - 9$$

pour $x = 0$ $M = -9 \text{ kN.m}$
pour $x = 2$ $M = 21 \text{ kN.m}$

Section $2 \leq x \leq 3$

$$M = 15x - 45$$

pour $x = 2$ $M = -15 \text{ kN.m}$
pour $x = 3$ $M = 0$

Don. les réactions:

$$R_1 = -5 \text{ kN}$$

$$R_2 = 37 \text{ kN}$$

$$R_3 = 23 \text{ kN}$$

$$R_4 = -15 \text{ kN}$$



Exercice N°2. (06P)

1 - Déterminer le degré d'hyperstaticité d (le nombre d'inconnues)

$$d = 3C - q - 2S = 2.$$

avec: $C=1$, $q=1$, et $S=2$. (0,5)

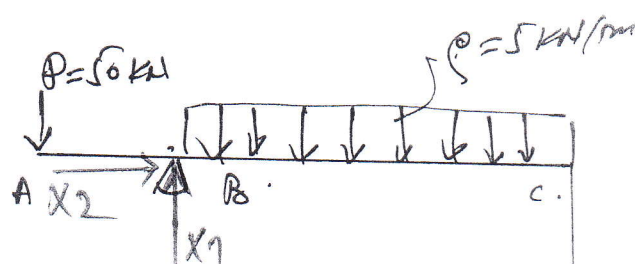
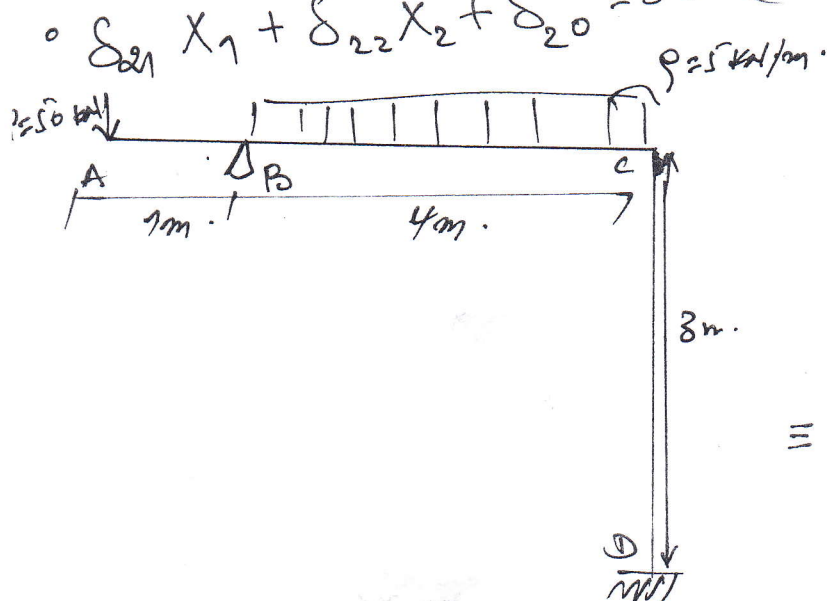
Donc $d = 2$.

2 - Équations de la méthode des forces sont:

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{10} = 0$$

$$\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{20} = 0.$$

$$(0,25 \times 2) = 0,5$$

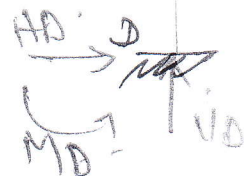


systeme equivalent

=

$$0,25$$

systeme de base.



3 - Signaux qui font: (M_0, m_1, m_2) .

* Etat "0" charge extérieure $\neq 0$. Donc le s. $X_1 = 0, X_2 = 0$.

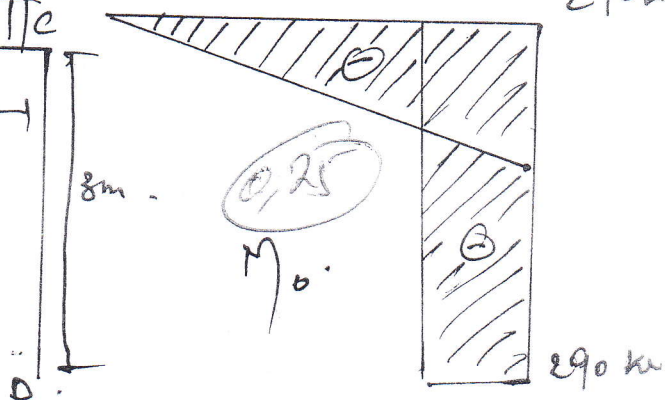
$$H_D = 0$$

$$V_D = 70 \text{ kN.}$$

$$M_D = +290 \text{ kN.m.}$$

$$0,25$$

$$0,25$$

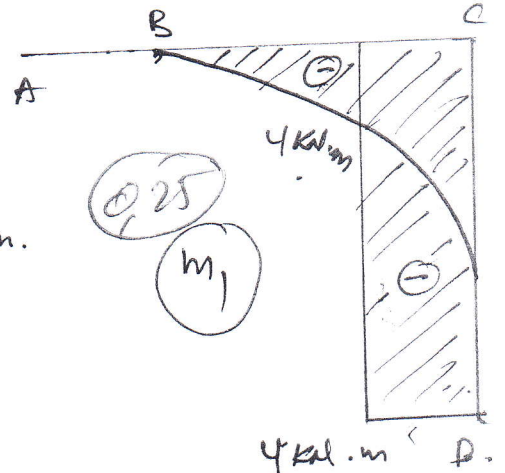
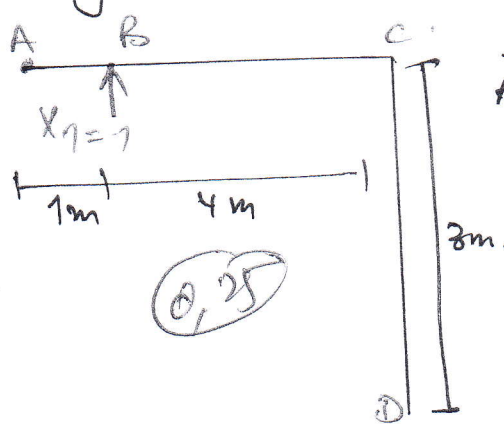




* Pour l'état 1^{er} la charge extérieure = 0. Donc : $X_1 = 1$ et $X_2 = 0$

- $H_D = 0$
- $V_D = -1 \text{ kN}$
- $M_D = 4 \text{ kN.m}$

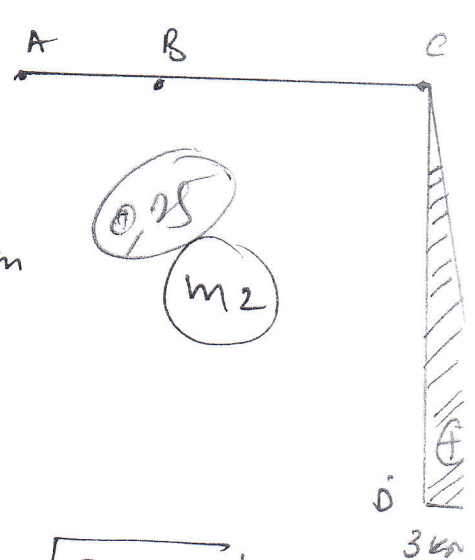
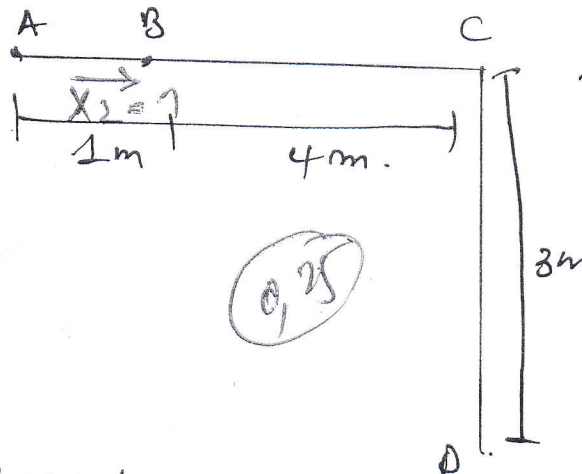
(0,25)



Pour l'état 2^{ème} la charge ex = 0 Donc $X_1 = 0$ et $X_2 = 1$

- $H_D = -1 \text{ kN}$
- $V_D = 0 \text{ kN}$
- $M_D = 3 \text{ kN.m}$

(0,25)



④. Calcul des déplacements :

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \right] + \frac{1}{EI} [4 \cdot 4 \cdot 3] = \frac{58,64}{EI} \quad (0,25)$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \right] = \frac{9}{EI} \quad (0,25)$$

$$\delta_{12} = \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 \right] = \frac{18}{EI} \quad (0,25)$$

$$\delta_{10} = -\frac{1}{EI} \left[\frac{1}{6} (50 + 2 \cdot (290)) \cdot 4 \cdot 4 \right] - \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot 40 \right]$$

$$= \frac{4373}{EI} \quad (0,25)$$

⑥



$$\delta_{20} = -\frac{1}{EI} \left[\frac{1}{2} \cdot 290 \cdot 3 \cdot 3 \right] = \left[\frac{-1305}{EI} \right] \quad (0,25)$$

⑤ - calcul les reactms :

On remplace les valeurs, et on aura :

$$58,66 X_1 + 18 X_2 - 4373 = 0 \quad \text{eq N°1}$$

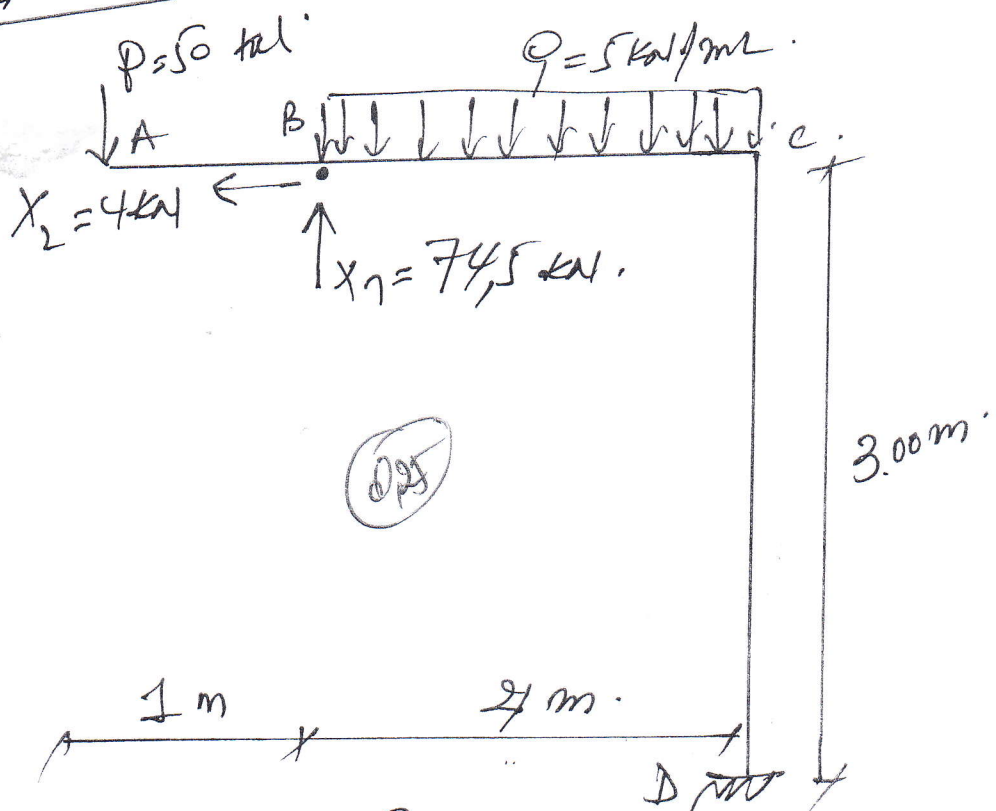
$$18 X_1 + 9 X_2 - 1305 = 0 \quad \text{eq N°2}$$

la résolution de ce système d'équation donne :

$$X_1 = 74,5 \text{ kN} \quad (0,5)$$

$$X_2 = -4 \text{ kN} \quad (0,5)$$

⑥ Représentation des reactms hyperstatiques :



(7)